

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	14 / 02 / 2026

ΘΕΜΑΤΑ**ΘΕΜΑ Α**

- A1. α.** Τι ονομάζεται πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο A ;
β. Πότε μια συνάρτηση λέγεται συνάρτηση $1 - 1$ (ένα προς ένα) σε ένα σύνολο A ;
Μονάδες $3 + 3 = 6$
- A2.** Δίνονται δύο συναρτήσεις f και g με πεδία ορισμού τα σύνολα A και B αντίστοιχα.
Να γράψετε ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:
- (i) $f - g$ (ii) $\frac{f}{g}$
Μονάδες $2 + 3 = 5$
- A3.** Να σχεδιάσετε πρόχειρα τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:
- (i) $f(x) = x^2 + 2$ (ii) $f(x) = \sqrt{x - 1}$
Μονάδες $2 + 2 = 4$
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Τα διαστήματα των x για τα οποία η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f είναι κάτω από την γραφική παράσταση μιας συνάρτησης g , θα βρίσκονται από την επίλυση της ανίσωσης $f(x) > g(x)$.
- β)** Σύνθεση g της με την f ονομάζουμε την συνάρτηση που συμβολίζεται ως $g \circ f$.
- γ)** Αν f, g είναι συναρτήσεις ορισμένες στα A και B αντίστοιχα με $A \cap B \neq \emptyset$, τότε οι συναρτήσεις $f + g$ και $f \cdot g$ έχουν πάντα το ίδιο πεδίο ορισμού.
- δ)** Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις για τις οποίες ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $f \circ g = g \circ f$.
- ε)** Μια συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(1) < f(2)$, δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 3x + \alpha}{x^2 - 1}$ με $\alpha \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ σε σημείο με τεταγμένη 4.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f και την τιμή του α .

Μονάδες 3 + 3 = 6

Αν $\alpha = -4$ και $A = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$, τότε:

B2. Να βρείτε το σημείο στο οποίο η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6

B3. Να εξετάσετε αν η C_f τέμνει την οριζόντια ευθεία με εξίσωση $y = 1$.

Μονάδες 6

B4. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{x-4}{x-1}$. Να εξετάσετε αν $f = g$. Στην περίπτωση που

$f \neq g$, να βρείτε το ευρύτερο υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο οι συναρτήσεις f και g γίνονται ίσες.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + (3\alpha - 1)x + 2\alpha^2 - 5$, $x \in \mathbb{R}$, όπου α ακέραιος αριθμός.

Γ1. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη 1, να βρείτε την τιμή του α .

Μονάδες 6

Γ2. (i) Να δείξετε ότι η f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της.

(ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(-\frac{1}{2025}\right)$ και $f\left(-\frac{1}{2026}\right)$.

Μονάδες 4 + 2 = 6

Δίνεται $\alpha = 1$ και η συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{x+3}$.

Γ3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 - 3) \leq 0$.

Μονάδες 6

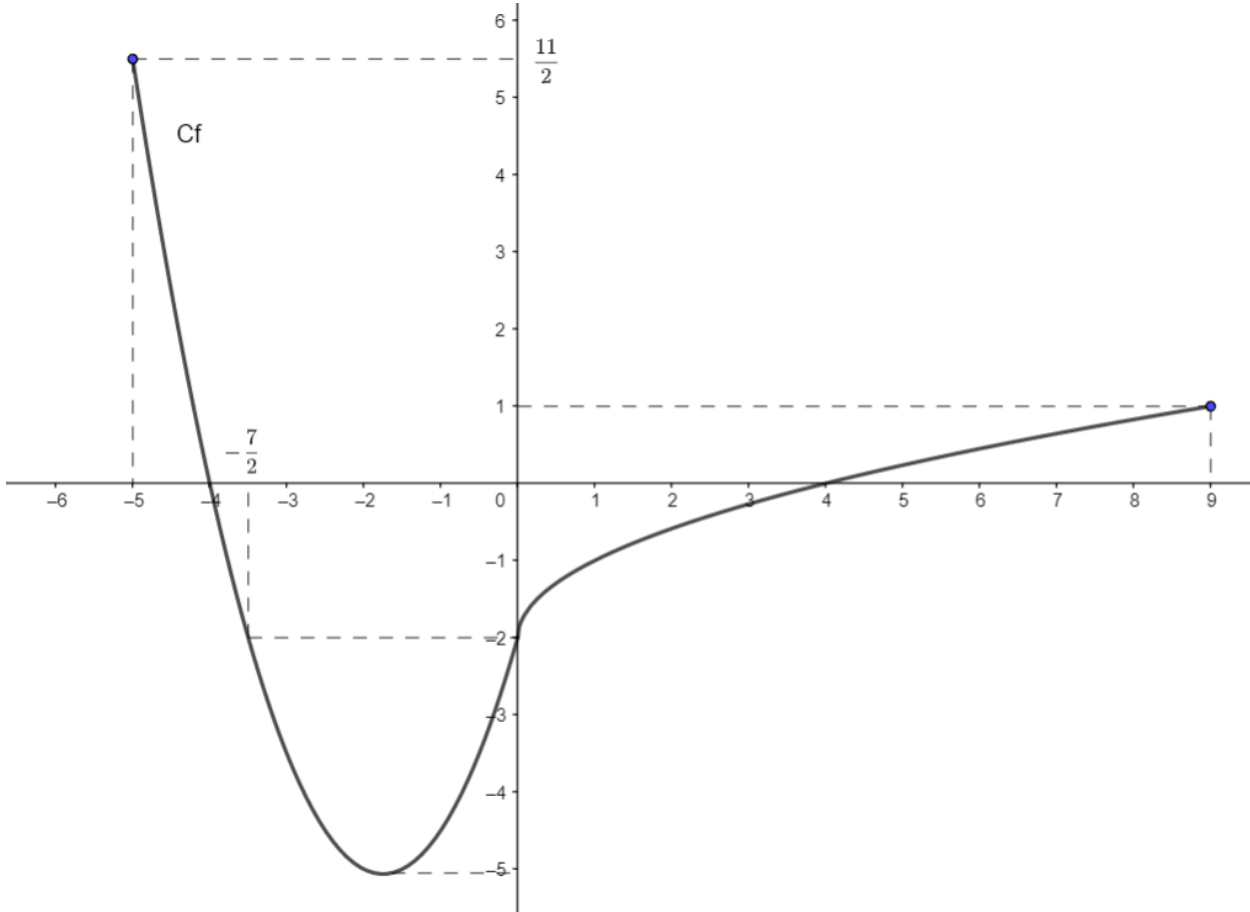
Γ4. Να ορίσετε την συνάρτηση $g \circ f$ και να εξετάσετε αν η γραφική της παράσταση

διέρχεται από το σημείο $K\left(\frac{1}{2}, \frac{8}{9}\right)$.

Μονάδες 5 + 2 = 7

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A και το σύνολο τιμών $f(A)$ της συνάρτησης f .

Μονάδες $2 + 3 = 5$

Δ2. Να βρείτε τις τιμές $f(0)$ και $f(f(4))$.

Μονάδες $2 + 3 = 5$

Δ3. Να λύσετε:

(i) την εξίσωση $f(x) = 0$

(ii) την ανίσωση $f(x) \leq -2$

Μονάδες $4 + 5 = 9$

Δ4. Να βρείτε το πλήθος ριζών της εξίσωσης $f(x) = \alpha$, όταν:

(i) $\alpha = \frac{13}{2}$

(ii) $\alpha = \frac{2026}{2025}$

(iii) $\alpha = \frac{2025}{2026}$

Μονάδες $3 \times 2 = 6$